

Instrucciones:

Duración: 1 HORA Y 30 MINUTOS

Elige entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**; **sin mezclar** los de una opción con los de la otra. Cada ejercicio vale 2'5 puntos. **Contesta las preguntas razonando tus conclusiones**; la mera respuesta numérica no vale para obtener la puntuación máxima de cada apartado.

Por favor, escribe de forma ordenada y con letra clara. Se permite el uso de calculadoras.

Opción A

Ejercicio 1. Considera las funciones $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x)=x^2+3x+2$ y $g(x)=-x^2-3x+10$

(a) [1 punto] Representa gráficamente ambas funciones.

(b) [1'5 puntos] Halla el área de la región del plano que está formada por todos los puntos (x,y) que cumplen $f(x) \leq y \leq g(x)$

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Calcula las asíntotas de la gráfica de la función f definida para $x \neq -1$ por

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x + 1}{x + 1}$$

y estudia la posición de dicha gráfica con respecto a las asíntotas

Ejercicio 3. considera el plano Π y la recta r dados por $\Pi \equiv ax + 2y - 4z + b = 0$ y $r \equiv \frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+3}{1}$

(a) [1'5 puntos] Halla los valores de a y b para los que r está contenida en Π .

(b) [1 punto] ¿Existe algún valor de a y algún valor de b para los que la recta r es perpendicular al plano Π .

Ejercicio 4.- Una persona trata de adivinar, mediante ciertas pistas, el coste de tres productos A, B y C que un amigo suyo ha comprado.

Pista 1: Si compro una unidad de A, dos de B y una de C me gasto 900 ptas.

Pista 2: Si compro m unidades de A, $m + 3$ de B y 3 de C me gasto 2950 ptas.

(a) [1 punto] ¿Hay algún valor de m para el que estas dos pistas no son compatibles?

(b) [1 puntos] Si en la Pista 2 se toma $m = 4$, ¿es posible saber el coste de cada uno de los productos?

(c) [2'5 puntos] Pista 3. el amigo le dice finalmente que el producto C vale 5 veces lo que vale el producto A y que en la Pista 2 se tiene $m = 4$. ¿Cuánto valen A, B y C?

Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Dibuja y halla el área de la región limitada por la recta $y = -x + 3$ y la curva de ecuación $y = x^2 - 4x + 3$.

Ejercicio 2. Una partícula se desplaza a lo largo de la curva de ecuación $y = f(x)$ siendo $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función

$$\text{dada por } f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ xe^x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

(a) [1 punto] ¿Hay algún punto en la trayectoria de la partícula en el que dicha curva no admite recta tangente?.

(b) [1 punto] Determina las coordenadas del punto de la trayectoria en el que se alcanza la máxima altura.

(c) [0'5 puntos] ¿A que recta se aproxima la trayectoria cuando $x \rightarrow \infty$? Justifica la respuesta.

Ejercicio 3. Considera el sistema

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = -1 \\ 2x + 5y + 4z = -2 \\ x + 3y + m^2z = m \end{cases}$$

(a) [1 punto] Discute el siguiente sistema según los valores del parámetro m

(b) [1 punto] Resuélvelo cuando sea compatible indeterminado

(b) [0'5 puntos] Razona para que valores de m tiene inversa la matriz de los coeficientes del sistema.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Halla las ecuaciones de la recta que pasa por el punto $P = (1, 0, 2)$ y corta a las

$$\text{rectas } r \text{ y } s \text{ dadas por: } r \equiv \frac{x}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1} \quad s \equiv \begin{cases} 2x+6y+2=0 \\ y+2z=0 \end{cases}$$